

Tartalom

1. Folytonos eloszlások	9
1.1. Ismétlés kalkulusból	9
1.2. Folytonos valószínűségi változók	10
1.3. Eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény	10
1.4. Intervallum valószínűsége	12
1.5. Medián	13
1.6. Kvantilis, kvartilis és percentilis	13
2. Folytonos eloszlások szemléltetése festékekkel, pontfelhővel	17
2.1. Szemléltetés festékekkel (tömeggel)	17
2.1.1. Festék a megvastagított számegyenesen	18
2.2. Szemléltetés pontfelhővel	19
2.2.1. Pontfelhő a számegyenesen	19
2.2.2. Pontfelhő egy keskeny sávban	20
2.2.3. Pontfelhő a sűrűségfüggvény grafikonja alatt	21
3. Random számok transzformációi	25
3.1. Random szám négyzete, négyzetgyöke, reciproka	25
3.1.1. Szemléltetés pontfelhőkkel	25
3.1.2. Elméleti számítások: eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény	27
3.2. Összeg, szorzat, hányados – eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény	32
3.3. A sűrűségfüggvény képletének közvetlen levezetése	39
3.3.1. Random számok összege	39
3.3.2. Két random szám maximuma	41
3.4. Egyenletes körmozgásból származtatott eloszlások	41
3.4.1. Arkusz-színusz eloszlás	42
3.4.2. Cauchy-eloszlás	45
3.5. Monoton transzformációk	49
3.6. Folytonos szimuláció	51
3.7. Béta eloszlások	51
3.7.1. A sűrűségfüggvény képletének közvetlen levezetése	52
3.7.2. Az eloszlásfüggvény képletének levezetése	56
3.7.3. Nem egyenletes alapeloszlás esete (<i>Extra tananyag</i>)	57
4. Várható érték, variancia, szórás (– folytonos eset)	61
4.1. Definíciók	61
4.2. Nagy számok törvényei	62
4.2.1. NSZT a kísérleti eredmények átlagára	62

4.2.2.	NSZT a kísérleti eredmények függvényének az átlagára	65
4.2.3.	NSZT a második momentumra	67
4.2.4.	NSZT a varianciára	67
4.2.5.	NSZT a szórásra	68
4.2.6.	NSZT a mediánra	68
4.3.	Példa: Csónak bérbeadása extra haszonnal	68
5.	A várható érték, variancia és szórás általános tulajdonságai (– diszkrét és folytonos eset)	73
6.	Nevezetes folytonos eloszlások	75
6.1.	Exponenciális eloszlás	75
6.1.1.	Örökifjú tulajdonság	77
6.1.2.	Exponenciális eloszlások alkalmazásai	79
6.1.3.	Öregedő tulajdonság	80
6.1.4.	Fiatalodó tulajdonság	80
6.2.	Gamma-eloszlás	81
6.2.1.	Mennyi idő múlva történik az n -edik baleset?	85
6.2.2.	Mennyi ideig tudjuk a világosságot biztosítani a pincénkben, ha n darab izzónk van?	87
6.3.	Normális eloszlások	87
6.3.1.	Standard normális eloszlás	87
6.3.2.	Normális eloszlás μ , σ paraméterekkel	91
6.3.3.	Centrális határeloszlás-tétel	96
6.3.4.	Normális eloszlások alkalmazásai	97
6.4.	Béta eloszlások várható értéke, szórása (<i>Extra tananyag</i>)	100
7.	Közelítések normális eloszlással	103
7.1.	Binomiális eloszlás közelítése normális eloszlással	103
7.1.1.	Előkészítés egy példával	103
7.1.2.	A De Moivre – Laplace-tétel	106
7.1.3.	A De Moivre – Laplace-tétel, mint a centrális határeloszlás-tétel speciális esete	107
7.2.	Valószínűség közelítése relatív gyakorisággal	107
7.2.1.	A relatív gyakoriság közelítő eloszlása	107
7.2.2.	Valószínűség közelítése relatív gyakorisággal	108
7.2.3.	Hány kísérletből közelítsük a valószínűséget, hogy...?	109
7.3.	Összeg eloszlásának közelítése normális eloszlással	111
7.4.	Várható érték közelítése átlaggal	111
7.4.1.	Az átlag közelítő eloszlása	111
7.4.2.	Várható érték közelítése átlaggal	112
7.4.3.	Hány kísérletből közelítsük a várható értéket, hogy...?	112
8.	Eloszlások transzformációi	115
8.1.	Szemléltetés vezérvonalakkal, pontfelhővel, festékekkel	115
8.1.1.	Szemléltetés vezérvonalakkal	115
8.1.2.	Egyenletes eloszlás lineáris transzformációi	117
8.1.3.	Egyenletes eloszlás monoton transzformációi	119
8.1.4.	Exponenciális eloszlás transzformációi	121
8.2.	Lineáris transzformációk leírása képletekkel	122
8.2.1.	Növekedő eset ($a > 0$)	123

8.2.2. Csökkenő eset ($a < 0$)	124
8.2.3. A két képlet egységesítése	126
8.3. Monoton transzformációk leírása képletekkel	126
8.3.1. Növekedő transzformációk	127
8.3.2. Csökkenő transzformációk	128
8.3.3. A két képlet egységesítése	129
8.4. Lognormális eloszlások	129
9. Diszkrét és folytonos eloszlások keverése (Extra tananyag)	133
10. A főnökök halmaza nem mérhető (Extra tananyag)	135
10.1. Trükkös eltolás	135
10.2. Barátok és osztályok	135
10.3. Főnökök	136
10.4. Ellentmondásra jutunk	136
11. A nagy számok erős törvénye eseményekre (Extra tananyag)	139
11.1. A probléma megfogalmazása	139
11.2. A valószínűség meghatározása	140
11.2.1. Egy egyenlőtlenség állítása és igazolása	142
11.3. Az általános eset megfogalmazása	143
11.4. Miért hívjuk az erős törvényt <i>erősnek</i> ?	143