

# ELŐSZÓ

## (és használati javaslat)

Ez a tankönyv a NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ gondozásában 2000-ben megjelent ALGEBRA I. című tankönyv folytatása. Ennek megfelelően elsődlegesen az Eötvös Loránd Tudományegyetem másodéves matematikus és alkalmazott matematikus hallgatói számára készült, e szakoknak a tematikáját követi; vagyis a különböző (absztrakt) algebrai struktúrákkal foglalkozik. E könyv anyagának és módszereinek a tanulmányozásához megfelelő alapot ad az első kötet; noha annak ismerete itt nem feltétlenül szükséges. Igaz, hogy egyes tételeket itt nem bizonyítottunk be ismételtlen.

Ez a könyv bevezető jellegű, tehát egyik struktúrafajtát sem vizsgálja részletesebben. Bevezető jellegű algebrajegyzet és -tankönyv Magyarországon (is) igen sok van; ezekről az irodalomjegyzékben adunk tájékoztatást. A felsoroltak mindegyike más és más felfogásban tárgyalja a fenti tananyagot, ezért nem lehet ezen tankönyveket rangsorolni; tulajdonképpen jól kiegészítik egymást. Ez a tankönyv az 1980-ban megjelent *Általános algebra c.* tankönyvem pótlására készült, amelynek legutóbbi kiadása is elfogyott. Tekintettel arra, hogy az idézett tankönyvhöz képest itt is lényeges változtatásokat éreztem szükségesnek, ezért nem tartottam volna jónak a fenti tankönyv újabb – lényegében változatlan – kiadását. Nem változtattam a könyv „szellemén”, a tananyagot is főleg bővítettem. Igen lényeges különbség található a két könyv szerkezetében.

Az egész kötetet öt nagyobb részre osztottam fel. Az első résznek a címe: Alapfogalmak. Ide soroltam azokat a fogalmakat és ismereteket, amelyek egyik későbbi struktúrafajtához sem kapcsolhatók külön. Ennek következtében az itteni fogalmak nincsenek is konkrét példákkal megvilágítva.

*Célszerű, hogy az első rész tüzetes átolvasása csak akkor történjen meg, ha valahol később ezekre az ismeretekre szükség van. Ezt utalások, illetve a nevek jelzik. Az algebraiban is, mint bármely matematikai ágazatban az okoz gondot, hogy a fogalmak csak a példák után érthetők meg, viszont a példák megadásánál szükség van a pontos fogalmakra. (Ezért szokták a jobb képességű hallgatók egy-egy tárgy lehallgatása után azt mondani, hogy most kellene ismét felvenni ezt a tárgyat.)*

A második rész olyan struktúrákkal foglalkozik, amelyek egyetlen kétváltozós művelet segítségével definiálhatók; nevezetesen egy rövid félcsoport-elméleti bevezetés után a csoportelmélettel. A harmadik rész tárgya a kommutatív gyűrűk elmélete. Itt a polinomyűrűk megértését célzó rész, valamint az egyenletekkel foglalkozó (és ehhez kapcsolódó) részek szerepelnek. A negyedik rész témája az algebra (az ilyen nevű algebrai struktúrák). Itt a modulusok általánosabb elmélete van (hagyatkozva az első kötetbeli ismeretekre). Az algebra fontosságát az adja, hogy ezek vektorterek és gyűrűk is egyszerre; és igen sok fontos struktúra algebra. A kommutatív esetben az algebrai egészek, a nemkommutatív esetben

a csoportalgebra vizsgálatára a leglényegesebb pont. Az ötödik rész címe: egyéb algebrai struktúrák. Ez a kaleidoszkópszerű „színes forgatag” olyan témákat tartalmaz, amelyek egyrészt a már tárgyalt struktúrák „mögé” tekintenek, másrészt kapcsolatot teremtenek „nem algebrai” ágakkal.

E könyvben sokkal több feladat szerepel, mint az *Általános algebra* c. tankönyvben. Ezek a feladatok részben az idézett könyv megírása óta eltelt idő „oktatási termékei”, részben e kötet írásakor keletkeztek. Nagyszámú hasznos és igen jó feladat található a TANKÖNYVKIADÓ gondozásában 1988-ban megjelent és BALINTNÉ SZENDREI MÁRIA, CZÉDLI GÁBOR és SZENDREI ÁGNES készítette *Absztrakt algebrai feladatok* című példatárban. Igyekeztem, hogy az itteni feladatanyag ne legyen átfedése a fenti példatárral; nem biztos, hogy ez maradéktalanul sikerült. A feladatok az egyes alfejezetek után következnek, illetve amikor kevés feladat adódott, vagy a feladatok megoldásához a későbbi anyag ismerete is szükséges volt, akkor e feladatok több alfejezet után szerepelnek együtt. A feladatok nagy része az anyag megértését szolgálja, de szerepelnek komolyabb gondolkozást megkívánó feladatok is. Ezt külön nem jeleztem. (Kérem, aki a kötetek bármelyikében hibát talál, észrevételét jelezze e-mailben, a [fried.algebra@cs.elte.hu](mailto:fried.algebra@cs.elte.hu) címen. A talált hibák javítása – lehetőleg naprakészen – megtalálható lesz az internet <http://www.math.elte.hu/fried.algebra> oldalán.)

(Itt említem meg, hogy az első kötetben a rezultánsnál elírás történt: a 296. és 297. oldalon  $a_n^n$  és  $b_k^k$  helyesen  $a_n^k$  és  $b_k^n$ .)

Ebben a könyvben ■ jelöli a bizonyítások és □ jelöli a definíciók és a megjegyzések végét.

Remélem, hogy ezt a tankönyvet is sikerrel használhatják más szakok és más egyetemek elsősorban matematikus szakra járó, de egyéb matematikát – mindenekelőtt algebrai módszereket – tanuló egyetemi hallgatói is.

Mint az első kötetben is említettem, egyetlen könyv (de az internet sem) pótolhatja az élő előadás élményét. A matematikát csak úgy lehet megtanulni, ha (lehetőleg aktívan) nyomom követjük a gondolkodásmódot, az esetleges hibákat; és a tételeket, a fogalmakat és a bizonyításokat *in statu nascendi* (a születés pillanatában) láthatjuk. Semmi sem pótolhat egy vitát az előadóval. Az írott segédanyagra az ismeretek felfrissítésekor van szükség. Ettől függetlenül célszerűnek tartom azt, hogy a tankönyv a közölt tananyagon kívül lehetőleg gondolkozni is tanítson és magyarázzon. Természetesen ehhez szükséges, hogy a fogalmak, tételek és a bizonyítások (eltekintve néhány hosszadalmas és mechanikus bizonyítástól) mind megtalálhatóak legyenek a tankönyvben.

Az itt szereplő fogalmak és tételek nem csak az elméleti és az alkalmazott matematika egyéb területeiről származnak, hanem gyökerük számos esetben az algebra belülről van. Ennek ellenére általában lemondtam e fogalmaknak a motivációjáról, mert ez az egész tárgyalást igen hosszadalmassá és esetleg érthetlenebbé tenné.

**Köszönetnyilvánítás.** E könyv készítésével kapcsolatban is szeretném hálámat kifejezni azoknak, akik velem a matematikai gondolkozásmódot megismertették és megszerették. Így NEUKOMM GYULA gimnáziumi tanáromnak, GEHÉR ISTVÁN egyetemi diáktársamnak, FUCHS LÁSZLÓ, RÉNYI ALFRÉD, PÉTER RÓZSA és mindenekfelett TURÁN PÁL egyetemi tanárainak. Hálával tartozom diákjaimnak és tanítványaimnak, akik állandó javító céllal bíralták munkáimat; és akiktől ugyancsak nagyon sokat tanultam. Ezeknek a diákoknak a száma olyan nagy, hogy őket felsorolva óhatatlanul kimaradna jó néhány, akiket nem szeretnék megbántani. Ezért inkább egyetlen nevet sem írok ide; ők úgyis tudják, hogy

róluk van szó. Hálával tartozom algebrista kollégáimnak, akik jelenlétükkel erősítették a magyar algebrista közösséget.

Vannak, akik a könyv második kötetének a közvetlen megjelenését is elősegítették. Hálával és köszönettel tartozom két lektoromnak, név szerint CSÁKÁNY BÉLÁNAK és ÁGOSTON ISTVÁNNAK, akik magukra vállalták az átnézés keserveit, számos értelemzavaró hibától mentve meg a könyvet. Ha hiba maradt benne, az nem az ő munkájukat, hanem az enyémet minősíti.

Hálával tartozom a könyv előállításában való részvételéért FRIED KATALINNAK a tördelésért, a Nemzeti Tankönyvkiadóban PALOJTAY MÁRIÁNAK és BALASSA ZSÓFIÁNAK, akik a könyvet gondozták. Hálával tartozom az anyagi háttér biztosításáért a SZÉCHENYI PROFESSZORI ÖSZTÖNDÍJNAK, valamint a **T 029525** számú OTKA-nak. Végül, de nem utolsósorban hálával tartozom feleségemnek, HAY ERZSÉBETNEK, az erkölcsi háttér biztosításáért, türelméért és a könyv átolvasásában nyújtott segítségéért.

Budapesten a 2002. évben

*Fried Ervin*