

# TARTALOM

Előszó (és használati javaslat)	9
<b>Első rész: Alapfogalmak</b>	13
1. Halmazelméleti alapfogalmak	13
1.1. Halmazok	13
1.2. Reláció és függvény	16
1.3. Részbendendezés, elrendezés, jólrendezés	18
1.4. Ekvivalenciareláció, partíció, függvény	22
1.5. Számosság	24
2. Általános algebrai alapfogalmak	27
2.1. Művelet, algebrai struktúra, típus	27
2.2. Részalgebrák	29
2.3. Izomorfizmus, homomorfizmus	31
2.4. Kongruenciareláció, faktorstruktúra, direkt szorzat	34
2.5. Néhány speciális típusú algebra	37
3. Részbendendezett halmazok felhasználása az algebrában	40
3.1. A maximumfeltétel	40
3.2. Lezárás és Galois-kapcsolat	42
3.3. Hálók	46
3.4. Algebrai hálók reprezentálása	51
<b>Második rész: Csoportok</b>	56
4. Félcsoportok	56
4.1. Félcsoport definíciója és elemi tulajdonságai	56
4.2. Szabad félcsoportok	59
4.3. Félcsoportok speciális elemekkel	63
4.4. Szabad félcsoportok speciális faktorai	67
4.5. Faktorfélcsoportok invertálással	67

5. Csoportok	72
5.1. A csoport ekvivalens definíciói	72
5.2. Komplexusok, műveletek komplexusokkal	75
5.3. Részcsoportok	77
5.4. Mellékosztályok; elem és csoport rendje	78
5.5. Invariáns részcsoporthok	82
5.6. Faktorcsoport, homomorfizmus-, izomorfizmustételek	87
5.7. Csoportok direkt szorzata	89
5.8. Véges Abel-csoportok	93
5.9. Speciális részcsoporthok és normálosztók	101
5.10. Sylow-részcsoporthok	108
5.11. Néhány speciális csoport	111
5.12. Szabad csoportok	115
6. Feloldhatóság	117
6.1. Normállánc	118
6.2. Feloldhatóság	122
6.3. Permutációcsoportok	125
6.4. Csoport-előállítás permutációcsoportokkal	131
6.5. A szimmetrikus csoport kompozícióláncai	134
6.6. Az $S_n$ automorfizmuscsoportja	138
6.7. Lineáris transzformációk csoportja	141
<b>Harmadik rész: Kommutatív gyűrűk</b>	150
7. Kommutatív gyűrűk	150
7.1. Gyűrűk definíciója és elemi tulajdonságai	150
7.2. Részgyűrűk, ideálok	154
7.3. Hányadosgyűrű, lokális gyűrűk	158
7.4. Noether-gyűrű, polinomgyűrű	164
7.5. Egyértelmű felbontás	168
7.6. Karakterisztika és prímtest, egyszerű testbővítés	176
7.7. Műveletek ideálokkal, felbontási tétel	179
7.8. Ideálok gyökei	183
8. Kommutatív testek	187
8.1. Algebrai testbővítés	187
8.2. Felbontási test, algebrai lezárt	189
8.3. Véges testek	193
8.4. Hibajavító kódok	196
8.5. Szeparábilis bővítés, tökéletes test	198
8.6. Transzcendens bővítések	200
8.7. Normális bővítés	206

8.8. A klasszikus Galois-elmélet főtétele .....	208
8.9. Gyökjelekkel való megoldhatóság .....	212
8.10. Konkrét polinomtípusok megoldhatósága .....	220
8.11. A geometriai szerkeszthetőség algebrai elmélete .....	226
8.12. Az egységgyökök kiszámítása .....	229
<b>Negyedik rész: Algebrák</b> .....	<b>237</b>
9. Modulusok .....	237
9.1. Moduluselméleti alapfogalmak .....	237
9.2. Unitér modulusok .....	240
9.3. Az $R$ -homomorfizmusok csoportja .....	241
9.4. Diagramok .....	248
9.5. Kapcsolatok az algebrai topológiával .....	250
9.6. A $\text{Hom}_R$ funktor .....	253
9.7. Modulusok tenzorszorzata .....	261
9.8. Összefüggések $\otimes$ és $\text{Hom}$ között .....	267
10. Algebrák .....	268
10.1. Egész elemek kommutatív gyűrűk felett .....	268
10.2. Dedekind-gyűrűk .....	271
10.3. Algebrai egészek $\mathbb{Q}$ felett .....	276
10.4. Féligegyszerű gyűrűk .....	281
10.5. Algebrák, csoportalgebra .....	285
10.6. A Jacobson-radikál .....	293
10.7. Algebrák valósan zárt testek felett .....	297
<b>Ötödik rész: Egyéb algebrai struktúrák</b> .....	<b>311</b>
11. Általános algebrák .....	311
11.1. A kifejezések algebraja .....	311
11.2. Szabad algebrák .....	314
11.3. Azonosságokkal definiálható osztály .....	318
11.4. Szubdirekt előállítás .....	325
12. Hálók .....	329
12.1. Hálók mint algebrai struktúrák .....	329
12.2. Disztributív hálók .....	338
12.3. Moduláris hálók .....	347
12.4. Atomos hálók és Boole-hálók .....	351
12.5. Kongruenciahálók .....	356

---

13. Rendezett csoportok és testek .....	357
13.1. Részbenrendezett csoportok .....	357
13.2. Rendezett testek .....	359
14. Relációalgebrák, algebrai logika .....	366
14.1. Relációalgebrák .....	366
14.2. 0–1 mérték, ultraszorzat (prímszorzat) .....	369
15. Kategóriák .....	375
15.1. Objektumok és morfizmusok .....	375
15.2. Funktorok .....	379
15.3. Kategóriák realizációja .....	384
Betűrendes mutató .....	389
Irodalomjegyzék .....	399