

NAGY ATTILA
FÉLCSOPORTOK

2011

Támogatás:

Készült a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0064 számú, a „Természettudományos (matematika és fizika) képzés a műszaki és informatikai felsőoktatásban” című projekt keretében.



Készült:


a BME TTK Matematikai Intézet gondozásában

Szakmai felelős vezető:

Ferenczi Miklós

ISBN 978-963-279-891-2

Copyright: © 2011–2016, Nagy Attila, BME

A  terminusai: A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

Tartalomjegyzék

Bevezető	4
1. A félcsoporth és csoport fogalma	6
1.1. A művelet fogalma	6
1.2. A félcsoporth fogalma	8
1.3. Általános asszociativitás és kommutativitás	11
1.4. Félcsoporth kitüntetett elemei	13
1.5. A csoport fogalma; ekvivalens definíciók	15
1.6. Félcsoporth részfélcsoporthjai	16
1.7. Félcsoporth részcsoporthjai	21
2. Félcsoporth kongruenciái	24
2.1. Binér relációk félcsoporthja	24
2.2. Ekvivalenciarelációk	27
2.3. Félcsoporth kongruenciarelációi, faktorfélcsoporth	28
2.4. Csoport-, illetve nullelemes csoport-kongruenciák	32
3. Félcsoporth homomorfizmusai	39
3.1. Homomorfizmustétel, Izomorfizmustételek	40
3.2. Szabad félcsoporthok	42
4. Félcsoporth ideáljai, a Green-relációk	45
4.1. Minimális, 0-minimális ideálok	46
4.2. 0-minimális bal oldali ideálok	48
4.3. Rees-féle kongruencia, Rees-féle faktorfélcsoporth	51
4.4. Félcsoporth főfaktorai	53
4.5. A Green-féle \mathcal{L} -, \mathcal{R} -, \mathcal{H} -, \mathcal{D} -relációk	56
5. Félcsoporthok ideálbővítése	65
5.1. Ideálbővítés, parciális transzformációk	65
5.2. Félcsoporthok translációs burka	68

5.3. Gyengén redukív félcsoporthok	71
6. Reguláris félcsoporthok, inverz félcsoporthok	78
6.1. Reguláris elem	78
6.2. Neumann-féle inverz	80
6.3. Reguláris félcsoporthok	83
6.4. Inverz félcsoporthok	86
7. Jobb egyszerű és jobb 0-elemes félcsoporthok	92
7.1. Idempotens elemet tartalmazó jobb egyszerű félcsoporthok	95
7.2. Idempotens elemet nem tartalmazó jobb egyszerű félcsoporthok	99
7.3. Baer-Levi félcsoporthok	102
8. Egyszerű és 0-elemes félcsoporthok	106
8.1. Egyszerű félcsoporthok	106
8.2. Croisot-Teissier félcsoporthok	106
8.3. 0-elemes félcsoporthok	110
9. Teljesen egyszerű és teljesen 0-elemes félcsoporthok	114
9.1. A teljesen 0-elemes félcsoporthok jellemzése	114
9.2. Rees-féle mátrixfélcsoporthok, a Rees-tétel	124
9.3. Teljesen egyszerű félcsoporthok	132
9.4. Brandt-félcsoporthok	134
10. Félcsoporthok félháló-felbontása	141
10.1. Félcsoporthok legszűkebb félháló-kongruenciája	141
10.2. Arkhimédészi félcsoporthok félhálója	145
10.3. Félcsoporthok erős félhálója	157
10.4. Kötegek	160
11. Félcsoporthok szubdirekt szorzata	166
11.1. Szubdirekt irreducibilis félcsoporthok	169
11.2. Szubdirekt irreducibilis kommutatív félcsoporthok	174
12. Permutálható félcsoporthok	182
12.1. Permutálható félcsoporthok ideáljai	183
12.2. Permutálható félcsoporthok epimorf képei	185
12.3. Kommutatív permutálható félcsoporthok	187
13. Félcsoporthok beágyazása csoportokba	189
13.1. Kommutatív félcsoporthok beágyazása csoportba	189
13.2. Egy elégséges feltétel	192

13.3. Egyszerűsítéssel félcsoport hányadoscsoportja	194
14. Félcsoportok beágyazása csoportok uniójába	198
14.1. Kommutatív félcsoportok legszűkebb gyengén szeparatív kongruenciája	199
14.2. Kommutatív gyengén szeparatív félcsoportok	202
15. Félcsoportalgebrák	205
15.1. Véges dimenziós algebrák kitüntetett elemei	205
15.2. Véges dimenziós algebra nilpotens ideáljai	208
15.3. Féligegyszerű algebrák	212
15.4. Félcsoportalgebrák	213
16. Félcsoportok mátrixreprezentációi	218
16.1. Jobbreguláris reprezentáció	218
16.2. Félcsoportok direkt szorzatának jobbreguláris reprezentációja	219
16.3. Félcsoportok félhálójának jobbreguláris reprezentációja	222
17. Megoldások	227
Tárgymutató	239
Irodalomjegyzék	242