

Nyitány

KÖZÖNSÉGES MATEMATIKUS voltam körülbelül öt évvel ez-előttig. Nem csináltam merész és szokatlan dolgokat, mint amilyen például egy ilyen könyv írása. Megvolt a magam „területe” — parciális differenciálegyenletek — ezen belül maradtam, legfeljebb a határain kalandoztam túl egy-egy szomszédos területre. Komoly gondolataim, igazi intellektuális életem olyan kategóriák és értékek körül mozgott, amelyeket évekkkel azelőtt, még mint posztgraduális képzésben részt vevő diák szívtam magamba. Minthogy nem kalandoztam messzire ezektől a kategóriáktól és értékektől, alig voltam tudatában létezésüknek. Annak a módnak voltak részei, ahogy a világot láttam, nem pedig részei annak a világnak, amelyet néztem.

Előrehaladásom mércéi a területemen végzett kutatásaim és publikációim voltak. Más szóval fontos jutalmakkal kecsegtetett, ha tanulmányoztam azok szemlélet- és gondolkodásmódját, akiknek képzettsége az enyémhez hasonló volt, akik ugyanazon a területen dolgoztak, mint én. Az ő ítéletük döntötte el annak értékét, amit csináltam. Senki más nem volt feljogosítva erre; és nagyon kétséges, hogy rajtuk kívül bárkit is érdekelt volna, hogy ezt megtegye. Megszabadítani magam ettől a szemléletmódtól — azaz felismerni, tudatosítani, hogy ez csak egyike a sok lehetséges módnak, ahogy a világot nézhetjük, képesnek lenni arra, hogy szabad választásunk szerint erre vagy másra tegyünk, értékelni és összehasonlítani ezt a szemléletet a világ szemléletének más módjaival — ezek közül egyiket sem kívánta meg sem a munkám, sem az előrejutásom. Ellenkezőleg, ilyen nem hagyományos és gyanús kalandok legjobb esetben is a drága idő örült elvesztegetésének tűntek volna, a legrosszabb esetben pedig szégyenletes belekontárkodásnak olyan sötét és gyanús dolgokba, mint a pszichológia, a szociológia vagy a filozófia.

Nyitány

A helyzet ennek ellenére az, hogy eljutottam egy olyan pontra, ahol csodálatom és elragadtatásom e furcsa tevékenységgel kapcsolatban, amelyet matematikának nevezünk, ugyanakkora, sőt időnként még nagyobb is, mint az elragadtatásom a tényleges matematizálástól. Én a matematikát egy határtalanul komplex és rejtelmes világnak találok; feltárni ezt olyan szenvedély, amelyből engem remélhetőleg sohasem lehet kigyógyítani. Ennyiben pont olyan matematikus vagyok, mint a többi. De ezenkívül kifejlesztettem egy másik felet, egy Másikat, aki csodálkozva nézi ezt a matematikust, és még sokkal inkább el van ragadtatva, hogy ez a furcsa teremtmény és ez a furcsa tevékenység világra jött és fennmaradt évezredekken keresztül.

Ennek a kezdetét arra a napra tenném, amelyiken végül elhatároztam, hogy egy Matematika alapjai című kollégiumot tartok. Ezt a kollégiumot elsősorban felsőbb éves matematika főszakos hallgatóknak szántam. Célom e kollégium szervezésével — mint az összes többivel, amelyet az évek során tartottam — az volt, hogy én magam megtanuljam az anyagot. Akkoriban már tudtam, hogy az alapokról három nagy „iskola” vitatkozott: a logicisták Bertrand Russellhez csatlakoztak, a formalistákat David Hilbert vezette, a harmadik pedig E. J. Brouwer konstruktivista iskolája. De nem tudtam eldönteni, hogy én melyikkel értek egyet, ha egyáltalán bármelyikkel is, és csak nagyon halvány elképzeléseim voltak arról, hogy mivé fejlődött a három iskola az elmúlt fél évszázad alatt.

Reméltem, hogy e kollégium kapcsán lehetőségem nyílik arra, hogy olvassak és tanuljak a matematika alapjairól, és hogy végül tisztázzam saját nézeteimet az ellentmondásos részekről. Nem vártam, hogy a matematika alapjainak kutatójává váljak, mint ahogy nem váltam a számelmélet szakemberévé azután, hogy számelméletet tanítottam.

Mínt hogy az alapok iránti érdeklődésem inkább filozofikus, mint gyakorlati jellegű volt, megpróbáltam a kollégiumot úgy megtervezni, hogy olyan érdeklődő diákok is részt vehessenek benne, akiknek nincsenek sem speciális kívánalmaik, sem előismereteik. Különösen abban reménykedtem, hogy felkeltem a filozófus és a matematika tanárszakos hallgatók érdeklődését. Történetesen volt néhány ilyen diák is, de voltak villamosmérnököknek készülők, számítógép-tudományt és más szakokat hallgatók is. Mindazonáltal a többség matematikaszakos volt. Találtam pár jónak ígérkező jegyzetet és belevágtam a dologba.

A matematika-, pedagógia- és filozófiaszakos diákokból álló hallgatóság elé állva különös helyzetbe kerültem. Már vagy tizenöt éve tanítottam matematikát különböző szinteken, különböző témákban, de minden más kollégiumnál az volt a feladatomban, hogy *csináljam* a

matematikát, nem pedig hogy beszéljek róla. Itt viszont beszélnem kellett róla, ami újszerű volt és ijesztő.

A félév során világossá vált előttem, hogy ez alkalommal valami más történik. A kollégium bizonyos értelemben sikeres volt, ugyanis sok érdekes anyag gyűlt össze, lehetőség nyílt a beszélgetések és az önálló munka serkentésére, nekem pedig egy sor olyan dolog megtanulására, amelyet azelőtt soha sem tanulmányoztam. Másfelől viszont láttam, hogy a tervem reménytelen.

Egy szokványos matematikakollégium esetében a program körvonalai világosak. Van egy probléma, amit meg kell oldanunk, vagy egy számítási módszer, amit meg kell magyaráznom, vagy tétel, amit be kell bizonyítanom. A munka fő része írásban történik, általában a táblán. Ha a problémákat megoldottuk, a tételeket bebizonyítottuk, vagy a számításokat elvégeztük, tanár és diákok egyaránt tudják, hogy az aznapi feladatot elvégezték. Természetesen még egy ilyen szokványos matematikakollégium esetében is mindig fennáll a lehetősége annak, hogy valami váratlan történik. Egy előre nem látott nehézség, egy diák váratlan kérdése oda vezethet, hogy a csoport nem úgy halad, ahogy az oktató tervezte. Mégis, mindig lehetett tudni, hogy feltehetően merre haladunk; azt is lehetett tudni, hogy az volt a legfontosabb, amit leírtunk. Ami pedig akár a diákok, akár a tanár részéről elhangzottakat illeti, annyiban voltak fontosak, amennyiben elősegítették a leírtak értelmének átadását.

A matematika alapjaival foglalkozó kollégium kezdetén megfogalmaztam azokat a kérdéseket, amelyeket központiaknak gondoltam, s amelyekről reméltem, hogy a félév végére megválaszolhatók, vagy legalábbis tisztázhatók.

Mi a szám? Mi a halmaz? Mi a bizonyítás? Mit tudunk a matematikában és hogyan? Mi a „matematikai szabatoság”? Mi a „matematikai intuíció”?

Ahogy megfogalmaztam ezeket a kérdéseket, rájöttem, hogy magam sem tudom rájuk a választ. Természetesen ez nem volt meglepő, hiszen ilyen megfoghatatlan, „filozofikus” kérdések esetében nem számíthatunk olyan típusú határozott válaszokra, mint amelyeneket a matematikában keresünk. E kérdések esetében mindig lesznek véleménykülönbségek.

De ami igazán zavart engem, az az volt, hogy magam sem tudtam, mi is az én saját véleményem. És ami még rosszabb, hogy nem volt olyan alapom, kritériumom, ami alapján értékelhettem volna a különböző nézeteket, védhettem vagy támadhattam volna egyik vagy másik nézőpontot.

Nyitány

Elkezdttem más matematikusokkal is beszélgetni a matematikai bizonyításról, tudásról, realitásról, és azt találtam, hogy az én zavartott bizonytalanságom nagyon is általános. Ugyanakkor mindenki részéről azt tapasztaltam, hogy szeretnék megbeszélni és megvitatni személyes tapasztalataikat és meggyőződéseiket.

Ez a könyv ezen évek tűnődései, hallgatásai és vitái eredményének egy részét tárja az olvasó elé.