

Tartalomjegyzék

15. Elliptikus egyenletek	7
15.1. Bevezetés: Elliptikus egyenletek alkalmazott feladatokban . . .	7
15.2. Elméleti háttér	9
15.3. Véges differencia eljárások II	14
15.3.1. A Poisson–egyenlet approximációja differenciasémával .	14
15.3.2. A diszkrét maximumelv	18
15.3.3. A diszkrét Poisson–egyenlet megoldása	30
15.3.4. Harmadfajú peremfeltételek	35
15.3.5. A Poisson–egyenlet általános tartományban	41
15.4. A többrácsos módszer	47
15.4.1. Az alapötlet	47
15.4.2. A simító iterációk	49
15.4.3. Alapvető többrácsos algoritmusok	52
15.4.4. A többrácsos iterációk művelet- és tárigénye	57
15.4.5. A kétrácsos módszer konvergenciája	59
15.4.6. Az egydimenziós eset	61
15.4.7. A simítási és az approximációs tulajdonság	68
15.4.8. A többrácsos módszer konvergenciája	77
15.4.9. Nemlineáris egyenletek megoldása	81
15.4.10. Befejező megjegyzések	84
15.5. Differencia-approximációk, kiegészítések	85
15.5.1. A „diszkrét” Green-féle függvény becslése	85
15.5.2. Változó együttthatójú differenciáloperátorok	90
15.5.3. „Diszkrét” beágyazási tételek	95
15.5.4. Differenciasémák L_2 -beli jobboldal esetén	98
15.5.5. Dirac-féle δ -függvényt tartalmazó jobboldal	105
15.6. Véges térfogat módszer	110
15.6.1. Bevezetés	110
15.6.2. A diszkretizáció levezetése	112
15.6.3. A véges térfogat módszer háromszögek esetén	119

15.6.4.	A véges térfogat módszer mátrixai	123
15.6.5.	Speciális kérdések	127
15.7.	A végeelem módszer II	128
15.7.1.	Bevezetés	128
15.7.2.	A peremfeltételekről	133
15.7.3.	A variációs feladat megoldhatósága	136
15.7.4.	Véges elemek 2- és 3-dimenziós feladatokban	140
15.7.5.	A végeelem módszer pontossága	149
15.7.6.	Numerikus integrálás	158
15.7.7.	Algoritmusok	164
15.7.8.	Modellfeladat végeelem megoldása	167
15.7.9.	Végelem és véges térfogat módszer	174
15.7.10.	Az izoparametrikus módszer	178
15.7.11.	Rácsszerkesztés	182
15.8.	A lineáris rendszerek megoldása	186
15.8.1.	Beágyazott végeelem terek	187
15.8.2.	A végeelem alapú többrácsos módszer konvergenciája	190
15.8.3.	A többrácsos módszer a szimmetrikus esetben	194
15.8.4.	Tartomány dekompozíciós és párhuzamos módszerek, bevezetés	200
15.8.5.	Alstruktúra-eljárás	200
15.8.6.	Dirichlet tartomány dekompozíciós módszer	205
15.9.	Elliptikus sajátérték feladatok	215
15.9.1.	Elméleti háttér	216
15.9.2.	A diszkrét Laplace-operátor sajátérték feladata	220
15.9.3.	Gradiens módszerek az általánosított sajátérték feladat megoldására	225
15.9.4.	A Rayleigh–Ritz- és a Lánzos-módszer	235
15.10.	Összefoglalás	238
15.11.	Feladatok	239
16.	Parabolikus egyenletek	257
16.1.	Parabolikus egyenletek eredete	257
16.1.1.	Környezetvédelmi balesetek	257
16.1.2.	A Black–Scholes egyenlet	258
16.1.3.	A hővezetési egyenlet	259
16.2.	Elméleti tudnivalók	261
16.3.	Néhány hasznos fogás	266
16.4.	A súlyozott differenciaséma	269
16.4.1.	A súlyozott differenciaséma	269
16.4.2.	A súlyozott differenciaséma képlethibája	273

16.4.3. A súlyozott differenciaséma stabilitása a szimmetrikus esetben	275
16.4.4. A súlyozott differenciaséma konvergenciája	284
16.4.5. Más peremfeltételek	285
16.4.6. A végeselem séma	293
16.4.7. Pozitivitástartás, maximumelv, konvergencia a maximumnormában	297
16.4.8. A tömegmátrix kiszámításáról	305
16.4.9. Vizsgálatok Fourier-módszer segítségével	306
16.4.10. Stabilitás a nonszimmetrikus esetben	314
16.4.11. További súlyozott differenciasémák	316
16.5. Változó együtthatójú egyenletek	317
16.5.1. Egydimenziós hővezetési egyenlet helytől függő együtthatóval	317
16.5.2. Időtől is függő együttható esete	320
16.5.3. A hővezetési egyenlet hengerszimmetriában	322
16.5.4. A hővezetési egyenlet gömbszimmetriában	328
16.6. Nemlineáris parabolikus egyenletek	333
16.7. Többdimenziós parabolikus egyenletek	341
16.7.1. A kétdimenziós eset : Peaceman–Rachford módszer	343
16.7.2. A Peaceman–Rachford módszer mint simító eljárás	351
16.7.3. Kettőnél több dimenziós parabolikus egyenletek megoldása	354
16.7.4. Többdimenziós egyenletek többrácsos megoldása	359
16.8. Variációs eljárás	361
16.8.1. Szemidiszkrétizáció	361
16.8.2. Teljes diszkrétizáció	369
16.9. Összefoglalás	371
16.10. Feladatok	372
17.A Navier–Stokes egyenletek	383
17.1. Bevezetés: fizikai háttér	383
17.2. Numerikus problémák, az áramfüggvény	389
17.2.1. Az áramfüggvény peremértékei és létezése	391
17.2.2. Az $\omega - \psi$ -rendszer	398
17.2.3. ω és p peremfeltételei	400
17.3. Lassú áramlások számítása	405
17.4. A véges térfogat módszer	407
17.4.1. A központi differenciaséma és az upwind-séma	407
17.4.2. Egydimenziós konvekció-diffúzió egyenlet Frjazinov–approximációja	415

17.4.3. A kétdimenziós Navier–Stokes rendszer Frjazinov–approximációja	429
17.4.4. A nemlineáris egyenletek numerikus megoldása	442
17.4.5. Nyeregpont feladatok	449
17.5. Végeselem megoldás	454
17.5.1. A variációs megfogalmazás	454
17.5.2. A vegyes variációs feladat és megoldása	458
17.5.3. A vegyes végeselem megoldás tulajdonságai	464
17.5.4. A diszkrét inf-sup-feltétel	475
17.5.5. Megjegyzések a végeselem módszer numerikus megvalósításához	484
17.6. Összefoglalás	488
17.7. Feladatok	489
18. Hiperbolikus egyenletek	497
18.1. Hiperbolikus egyenletek alkalmazásai	497
18.1.1. Hiperbolikus egyenletekkel kapcsolatos feladatok	497
18.1.2. További hiperbolikus feladatok	501
18.2. Másodrendű egyenletek : elméleti tudnivalók	505
18.2.1. Az általános másodrendű hiperbolikus egyenlet	505
18.2.2. Az energiamegmaradási tétel	508
18.2.3. Megoldási képlet konstans együtthatók esetén	509
18.3. A hullámegyenlet approximációja	510
18.3.1. Differencia-approximáció	510
18.3.2. Végeselem approximáció, és a szemidiszkrétizáció pontosságát	514
18.4. Differenciasémák stabilitása, konvergenciája	521
18.4.1. Friedrichs-féle elv és Courant–Friedrichs–Lewy feltétel	521
18.4.2. A Neumann-féle stabilitási vizsgálat : szükséges stabilitási feltételek	524
18.4.3. Elégséges stabilitási feltételek	526
18.4.4. Példák a Neumann-féle stabilitási vizsgálatra	536
18.4.5. Háromréteges sémák Szamarszkij-féle stabilitási vizsgálata	545
18.4.6. Konvergencia vizsgálat	554
18.5. Másodrendű egyenletek numerikus megoldása	556
18.5.1. Csillapított rezgések számítása, a távíróegyenlet	556
18.5.2. Szuperpozíciós módszer	562
18.5.3. Háromréteges sémák megoldása	564
18.6. Elsőrendű hiperbolikus egyenletek	567

18.6.1. A transzport-egyenlet és a lineáris hiperbolikus rendszerek	568
18.6.2. A transzport-egyenlet differencia-approximációja, lineáris homogén sémák	574
18.6.3. Térben egydimenziós megmaradási rendszerek elméletéről	582
18.6.4. Egydimenziós megmaradási rendszerek differencia megoldása	587
18.6.5. ENO-sémák	596
18.6.6. Implicit sémák	600
18.6.7. Többdimenziós hiperbolikus egyenletek megoldása . . .	606
18.7. Összefoglalás	610
18.8. Feladatok	610
19. Kiegészítő információk, jelölések III	619
20. Irodalom III	623
21. Tárgymutató III	645
21.1. Címszavak jegyzéke	645
21.2. Tételek, lemmák jegyzéke	655
21.3. Pszeudokódos algoritmusok jegyzéke	659
21.4. Táblázatok jegyzéke	660