

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Parciális differenciálegyenletek: naiv megközelítés	5
2.1. Integrálok deriválása	6
2.2. Ismerkedés a p. d. e.-kkel feladatokon keresztül	11
2.2.1. Bevezető példák	11
2.2.2. A legegyszerűbb hullámegyenletek	13
2.2.3. Kötött hullámok egydimenzióban	15
2.2.4. Néhány nagyon elemi Laplace- ill. Poisson-egyenlet	27
2.2.5. Egyszerű diffúziós egyenletek	35
2.2.6. Egydimenziós Black–Scholes-egyenlet	55
2.2.7. Standard diffúziós Cauchy-feladat megoldása n dimenzióban	59
2.3. Másodrendű lineáris egyenletek kitézése	69
2.3.1. Elsőrendű homogén lineáris egyenletek kétdimenzióban	69
2.3.2. Másodrendű lineáris parciális differenciáloperátorok és osztályozásuk	71
2.3.3. Állandó együtthatós másodrendű differenciálegyenletek kanonikus alakra hozása	72
2.3.4. Függvényegyütthatós egyenletek kanonikus alakra hozása kétdimenzióban. Karakterisztikus egyenlet	79
2.3.5. Állandó együtthatós másodrendű egyenletek alapmegoldása	85
3. A funkcionálanalízis elemei	99
3.1. Normált terek, Banach-terek	99
3.2. Folytonos lineáris operátorok	103
3.3. Neumann-sorok	110
3.4. Véges dimenziós normált terek	111
3.5. Néhány speciális Banach-tér	115
3.5.1. Korlátos függvények terei (c-típusú terek)	115

3.5.2.	Az L^p Banach-terek ($1 \leq p < +\infty$)	120
3.5.3.	Az L^∞ Banach-tér	126
3.5.4.	A Meyer-tétel és a Dynkin-tétel. Sűrűség L^p -ben . . .	128
3.5.5.	Szeparabilitás	132
4.	Hilbert-terekről	135
4.1.	A Riesz-tétel. Szeparációk	139
4.2.	A Krein–Milman-tétel végesrangú verziója	146
4.3.	Ortonormált sorozatok	149
4.4.	Gyenge konvergencia Hilbert-terekben	158
4.5.	A Krein–Milman-tétel végtelen dimenziós változata	164
4.6.	Adjungálás	167
4.7.	Kompakt operátorok	172
4.8.	Kompakt normális operátorok spektrálfelbontása	175
4.9.	Egy alkalmazás: Hilbert–Schmidt- operátorok	184
5.	Szoboljev-terek és lineáris elliptikus egyenletek	189
5.1.	A $H^1(\Omega)$ és $H_0^1(\Omega)$ Szoboljev-terek	189
5.1.1.	Előkészületek	190
5.1.2.	A $H^1(\Omega)$ és $H_0^1(\Omega)$ Hilbert-terek konstrukciója	192
5.1.3.	Egy Dirichlet-feladat megoldása. Sajátérték-feladat. Nu- merikus előállítás	205
5.1.4.	Egy általánosabb numerikus eljárás: A Rytz–Galjorkin-módszer	216
6.	A funkcionálanalízis három alapelve	221
6.1.	A Baire-féle kategóriatétel	222
6.2.	A Banach–Steinhaus-tétel	224
6.3.	A Banach-féle nyíltleképezés-tétel	228
6.3.1.	A zártgráftétel	231
6.4.	A Hahn–Banach-tétel	233
7.	Függelék	241
7.1.	Néhány Banach-tér duálisa	241
7.1.1.	Folytonos funkcionálok az L^p Banach-téren ($1 \leq p < +\infty$)	241
7.1.2.	A Riesz–Kakutani-féle reprezentációs tétel	249
7.1.3.	A $C[a, b]$ tér funkcionáljai	254
7.2.	A Weierstraß-féle sűrűségi tételek	258
7.2.1.	Polinomok sűrűsége	258

7.2.2. Trigonometrikus polinomok sűrűsége.	
Fourier-sorok	261
7.3. A Rådström-féle törlési szabály	268
7.4. Gyenge és gyenge*-konvergencia	270
7.5. Gyenge konvergencia és reflexivitás	272
7.6. A $C_c^1(\Omega)$ és $C_c^2(\Omega)$ terek sűrűek $L^p(\Omega)$ -ban ($1 \leq p < \infty$) . .	278
7.7. Fourier-transzformáció	280